**附录A**

1. **命题 1证明**

首先，式（8）意味着：

$$\frac{p\_{nt+1}A\_{nt+1}\left(\frac{N\_{nt+1}}{l\_{nt+1}}\right)^{\frac{1}{ρ}}}{p\_{nt}A\_{nt}\left(\frac{N\_{nt}}{l\_{nt}}\right)^{\frac{1}{ρ}}}=\frac{w\_{t+1}^{l}}{w\_{t}^{l}}.$$

根据非农生产函数（2）以及市场出清条件（15），上式可改写成：

$$\begin{array}{c}\frac{p\_{nt+1}c\_{nt+1}}{p\_{nt}c\_{nt}}=γ\_{at+1}\frac{\left(\frac{N\_{nt}}{l\_{nt}}\right)^{\frac{1}{ρ}}N\_{nt}}{\left(\frac{N\_{nt+1}}{l\_{nt+1}}\right)^{\frac{1}{ρ}}N\_{nt+1}}.\end{array}$$

这里$γ\_{at+1}=\frac{A\_{at+1}}{A\_{at}}>0$是$t+1$期农业TFP增长率。

第二，注意到稳态时，$z\_{t}=0$。此时，式（13）可改写成：

$$0=γ\_{at+1}\frac{\left(\frac{N\_{nt}}{l\_{nt}}\right)^{\frac{1}{ρ}}N\_{nt}}{\left(\frac{N\_{nt+1}}{l\_{nt+1}}\right)^{\frac{1}{ρ}}N\_{nt+1}}\left(w\_{t+1}^{ℎ}−w\_{t+1}^{l}\right).$$

由于对数效用函数意味着均衡时一定有$N\_{nt}>0，l\_{nt}>0$，并且$γ\_{at+1}>0$，我们得出稳态时要求熟练劳动力和非熟练劳动力的工资趋同：

$w\_{t+1}^{ℎ}=w\_{t+1}^{l}$。

第三，根据式（1）、（12）和（15），当时间$ t $趋近于无穷大时，$l\_{at}$会趋近于0，将这个结论代入（14）式，并利用上面稳态时工资趋同的结论，我们很容易得到命题 1 的结论，即熟练劳动力数量$ ℎ\_{t}$存在唯一的渐进稳态。证毕。

1. **引理 1证明**

根据式（14），我们有：

$$\begin{array}{c}\frac{w\_{t}^{ℎ}}{w\_{t}^{l}}=\frac{α\_{n}}{1−α\_{n}}\left(\frac{l\_{nt}}{ℎ\_{t}}\right)^{ρ}\end{array}$$

假设存在$τ\geq 0$使得$z\_{τ}<0$。先注意到式（14）在假设（17）下意味着对于任意$t\geq τ$，$w\_{t}^{ℎ}\geq w\_{t}^{l}$。因此，$z\_{τ}<0$和式（13）意味着$z\_{τ+1}<0$。由此递归类推，容易证明对于任意$t\geq τ$，我们都有$z\_{t}<0$。而这意味着对于任意$t\geq τ$，$ℎ\_{t+1}<ℎ\_{t}$都成立。再根据式（1）、（12）和（15）容易知道存在$T>0$，使得对于任意$t\geq T$，$l\_{at+1}<l\_{at}$。因此，由式（18）可知对于任意$t\geq max\left\{τ,T\right\}$，我们都有：

$$\begin{array}{c}\frac{w\_{t+1}^{ℎ}}{w\_{t+1}^{l}}=\frac{α\_{n}}{1−α\_{n}}\left(\frac{1−ℎ\_{t+1}−l\_{at+1}}{ℎ\_{t+1}}\right)^{ρ}>\frac{α\_{n}}{1−α\_{n}}\left(\frac{1−ℎ\_{t}−l\_{at}}{ℎ\_{t}}\right)^{ρ}=\frac{w\_{t}^{ℎ}}{w\_{t}^{l}}\geq 1\end{array}$$

由于对于任意$t\geq τ$，有$z\_{t}<0$并且$ℎ\_{t+1}<ℎ\_{t}$都成立。注意到对于任意$t$，$ ℎ\_{t}$是一个实数，因此$\{ ℎ\_{t}\}\_{t=τ}^{\infty }$是一个定义在一维欧几里得空间*R*上的递减序列。根据$ ℎ\_{t}$的含义，它的下界为0。根据欧几里得空间的单调收敛定理，存在下界的递减序列$\{ ℎ\_{t}\}\_{t=τ}^{\infty }$一定收敛于唯一的极限点，记为$\overline{ℎ}\in \left(0,1\right)$。这就意味着$\{ z\_{t}\}\_{t=τ}^{\infty }$是一个一维欧几里得空间*R*上的序列且递增收敛于0。注意到由式（13）和（16）可知，当$t\rightarrow \infty $时，我们有：

$$0=γ\_{at+1}\frac{\left(\frac{N\_{nt}}{l\_{nt}}\right)^{\frac{1}{ρ}}N\_{nt}}{\left(\frac{N\_{nt+1}}{l\_{nt+1}}\right)^{\frac{1}{ρ}}N\_{nt+1}}\left(w\_{t+1}^{ℎ}−w\_{t+1}^{l}\right).$$

因此，熟练劳动力与非熟练劳动力工资将收敛于同一水平：$w\_{t+1}^{ℎ}=w\_{t+1}^{l}$。这与（19）式矛盾。因此，不存在时间$τ\geq 0$，使得$z\_{τ}<0$。同理可以证明$z\_{τ}=0$的情况。这也就是说任意时间$t\geq 0$，有$z\_{t}>0$。因此，对于任意$t\geq 0$，$ℎ\_{t+1}>ℎ\_{t}$。证毕。

1. **命题 2证明**

由于对于任意时间$t\geq 0$，有$z\_{t}>0$。因此，对于任意$t\geq 0$，$ℎ\_{t+1}>ℎ\_{t}$。因此$\{ ℎ\_{t}\}\_{t=0}^{\infty }$是一个在一维欧几里得空间*R*上的递增序列。根据$ ℎ\_{t}$的含义，它的上界为1。根据欧几里得空间的单调收敛定理，存在上界的递增序列$\{ ℎ\_{t}\}\_{t=0}^{\infty }$一定收敛于唯一的极限点，记为$ℎ^{s}\in \left(0,1\right)$。这就意味着$\{ z\_{t}\}\_{t=0}^{\infty }$是一个一维欧几里得空间*R*上的序列且递减收敛于0。注意到由式（13）和（16）可知，当$t\rightarrow \infty $时，我们有：

$$\begin{array}{c}0=γ\_{at+1}\frac{\left(\frac{N\_{nt}}{l\_{nt}}\right)^{\frac{1}{ρ}}N\_{nt}}{\left(\frac{N\_{nt+1}}{l\_{nt+1}}\right)^{\frac{1}{ρ}}N\_{nt+1}}\left(w\_{t+1}^{ℎ}−w\_{t+1}^{l}\right).\end{array}$$

因此，熟练劳动力与非熟练劳动力工资将收敛于同一水平：$w\_{t+1}^{ℎ}=w\_{t+1}^{l}$。注意到$\frac{w\_{t}^{ℎ}}{w\_{t}^{l}}$是实数，所以$\left\{\frac{w\_{t}^{ℎ}}{w\_{t}^{l}}\right\}\_{t=0}^{\infty }$是一维欧几里得空间R里的一个收敛于1的序列。

式（15）意味着$l\_{at}\rightarrow 0$。因此，由式（18）可知：

$$\frac{w\_{t}^{ℎ}}{w\_{t}^{l}}=\frac{α\_{n}}{1−α\_{n}}\left(\frac{1−ℎ\_{t}−l\_{at}}{ℎ\_{t}}\right)^{ρ}\rightarrow \frac{α\_{n}}{1−α\_{n}}\left(\frac{1−ℎ^{s}}{ℎ^{s}}\right)^{ρ}$$

根据稳态值$ℎ^{∗}$的定义，我们知道

$$ℎ^{s}=ℎ^{∗}=\frac{α\_{n}^{ρ}}{α\_{n}^{ρ}+\left(1−α\_{n}\right)^{ρ}}.$$

证毕。

**附录B**





图B1 动态参数校准结果





**图 B2 校准标的拟合结果**



**图 B3 非校准标的拟合结果**

****

****

**图 B4 关于TFP的反事实检验结果**

****

** **

**图 B5 关于人力资本和劳动力市场流动摩擦的反事实检验结果**

 ****

**图 B6 关于技能溢价的反事实检验结果**