

基于动态 Nelson-Siegel 模型的 国债管理策略分析

余文龙 王安兴*

摘要 本文研究动态 Nelson-Siegel 模型在中国国债市场上的定价能力、预测能力和套期保值能力。实证发现动态模型对国债利率的样本内定价效率高,适用于中期债券定价;应用于动态预测未来市场利率,预测效果显著优于其他时间序列模型,超出了传统的无套利均衡模型;采用该模型下的久期向量免疫技术,能为国债组合提供更好的动态套期保值效果。本研究在中国国债组合积极和消极管理策略中具有实用价值。

关键词 状态因子, 预测, 套期保值

一、引言和文献回顾

国债投资管理涉及资产定价、组合管理、风险管理和宏观货币政策等方面,需要人们采用动态模型描述利率期限结构的时间演化过程。长期以来,学术界和实务界都试图寻找一种高效节俭、容易处理¹的动态模型,不仅能够拟合历史收益率为现有债券定价,还能预测利率未来变动,便于进行积极主动的债券投资管理。

学者们曾先后提出了两类动态模型:一类称为“无套利模型”,研究某一特定时点上的期限结构,确保市场不存在套利机会,例如 Hull and White (1990), Heath *et al.* (1992) 等;另一类称为“均衡模型”,通过市场均衡条件,用经济中的状态变量和瞬时利率为整个利率期限结构建模,其扩展形式以“仿射模型”最为普遍,可参见 Vasicek (1977); Cox, Ingersoll and Ross (CIR, 1985); Duffie and Kan (1996); Dai and Singleton (2000) 等。

传统的动态期限结构模型能够用于拟合历史,为市场债券定价,但在预

* 余文龙,上海财经大学金融学院,纽约州立大学 Albany 分校;王安兴,上海财经大学金融学院。通信作者:余文龙,上海市国定路 777 号上海财经大学金融学院证券期货系,200433;E-mail: Yuwenlong0627@gmail.com。本文获教育部科技创新工程重大项目培育资金项目资助(708040)、上海财经大学“211 工程”三期重点学科建设项目资助;作者感谢两位匿名审稿人提出的意见。所有文责由作者自负。

¹ 根据 Friedman (1977),节俭(parsimonious)是指要用尽量少的参数和简化的形式得到高效率的模型;可处理(tractable)是指实证和应用上要能够并且相对容易实现。

测上基本都失效了:无套利模型主要拟合某一时点上的期限结构,不能用于动态预测;均衡模型虽然建立了状态变量和瞬时利率的动态关系,具有预测的潜力,但是 Duffee (2002) 等认为仿射模型的样本外预测效果很差,甚至还不如最基本的随机游走模型。此外在实际应用中,传统模型还存在其他一些缺陷,限制了它们在债券投资管理中的应用价值。例如,多因子模型的参数众多,参数估计时不同的参数向量可能得出相近的局部最优似然值,但实际的经济含义上却可能大不相同(参见 Kim and Orphanides (2005) 等)。如果为了便于实现,需要加入其他条件限制,但从理论上很难有稳健的经济学解释,可能导致过度参数化问题。

近年来的动态期限结构研究中,由 Diebold and Li (2006) 等提出了另一类重要模型——动态 Nelson-Siegel 模型,该模型最初从 Nelson-Siegel (1987) 的静态拟合方程出发,建立“水平”、“斜率”和“曲率”等状态因子的动态过程; Diebold *et al.* (2006) 在该模型基础上结合了宏观经济变量,利用状态空间方法,研究利率期限结构与宏观经济变量的作用; Christensen *et al.* (2007, 2009) 发现尽管动态 Nelson-Siegel 模型最先是统计和数学意义上建模,但加入市场无套利条件后得出的扩展模型与传统均衡模型相互一致,从而增强了该模型的经济学含义。

目前中国的债券市场正在迅速发展,债券发行量和交易规模不断扩大,债券投资者的队伍也在壮大,市场投资技术日益成熟。学术界、实务界都亟需运用一些动态期限结构模型来研究国债投资管理。但限于市场发展、数据、建模方法等方面的原因,中国学者运用规范的期限结构模型深入研究的并不多。²范龙振和张国庆(2005)、范龙振(2007)等分别采用过两因子 Vasicek、两因子 CIR、两/三因子广义高斯仿射等系列模型研究了上交所利率;宋福铁和陈浪南(2006)等采用多因子 CIR 研究了交易所利率期限结构;周子康等(2008)提出了 NSM 静态模型研究交易所国债期限结构,反映期限结构多峰形态。这些模型都取得了一定的阶段性成果。然而,如果结合中国债券市场实证文献中的一些典型事实³,传统均衡模型在中国市场上的实用性有限。⁴鉴于此,学术界和实务界都在寻找其他更为简洁高效的数量模型。

本文采用动态 Nelson-Siegel 模型研究中国国债组合投资管理策略,发现该模型不但能为中国国债收益率定价,还能用于预测未来利率,效果上超越了其他的时间序列预测模型和均衡模型;用于构建国债的套期保值组合,效

² 国内已有的期限结构模型研究文献中,有一部分是属于对某些市场利率的动态拟合,例如洪永淼和林海(2006)、余文龙和王安兴(2009)等,这类方法适于描述利率的某些运动特征,但没有涉及债券定价。

³ 例如,范龙振和施婷(2006)等检验出中国利率市场预期理论同样不成立。国债期限风险溢价具有时变性和可预性,多因子“完全仿射”模型的风险价格形式设定就没有反映出这一点。

⁴ 例如,范龙振和张国庆(2005)应用仿射模型预测中国市场利率会产生很大偏差,但没有更进一步的说明。

果上优于久期凸度传统免疫方法。因此在中国债券组合管理中具有良好的实用性和可推广性。

本文结构如下：第二部分简要介绍动态 Nelson-Siegel 模型及其推广；第三部分介绍该模型在中国市场上的参数估计、状态因子性质和模型稳健性等；第四部分为该模型在中国国债市场的应用；第五部分为结论。

二、动态模型介绍及其扩展

Nelson-Siegel (1987) 模型最初是一种静态拟合参数化方法，被各国实务界及中央银行用于拟合利率期限结构。现实中的债券大部分为附息票债券，需要采用特定技术剥离“息票效应”，其中最常用的一类参数化方法就是 Nelson-Siegel 法 (NS)：

$$y_t^{(\tau)} = \beta_{1t} + \beta_{2t} \left[\frac{1 - \exp(-\lambda_t \tau)}{\lambda_t \tau} \right] + \beta_{3t} \left[\frac{1 - \exp(-\lambda_t \tau)}{\lambda_t \tau} - \exp(-\lambda_t \tau) \right], \quad (1)$$

其中 $y_t^{(\tau)}$ 表示 t 时刻上期限 τ 的即期利率； λ_t , β_{1t} , β_{2t} , β_{3t} 是随拟合时点变化的四个参数。对各截面数据采用非线性最小二乘法，可得出各期限的即期利率。

在 NS 模型 (1) 中，所有参数都可随时间任意变动，不能保证拟合后的参数稳定连续。Diebold and Li (2006) 扩展了 (1) 式的模型，固定 λ 使之不随时间发生变化，这样仅损失了很小的一部分拟合优度，但却保证了其他参数的稳定性。记 L_t , S_t , C_t 为“状态因子”，分别表示 NS 模型中的 β_{1t} , β_{2t} , β_{3t} ，则

$$y_t^{(\tau)} = L_t + S_t \left[\frac{1 - \exp(-\lambda \tau)}{\lambda \tau} \right] + C_t \left[\frac{1 - \exp(-\lambda \tau)}{\lambda \tau} - \exp(-\lambda \tau) \right]. \quad (2)$$

三个状态因子的系数被称为因子载荷 (loading)，如图 1 左边所示：对于任何期限 τ ，第一个因子 L_t 的载荷都相同为 1，当 L_t 变化时整个利率期限结构发生平行位移，因此称 L_t 为“水平因子”；而第二个因子的载荷 $[1 - \exp(-\lambda \tau)]/(\lambda \tau)$ 向右下倾斜，随期限 τ 增加从 1 单调递减至 0，因此称 S_t 为“斜率因素”；第三个因子的载荷 $[1 - \exp(-\lambda \tau)]/(\lambda \tau) - \exp(-\lambda \tau)$ 随期限先从零单调增加，后又单调减小至零，因此称 C_t 为“曲率因子”。可见，水平因子主要影响长期利率，斜率因子主要影响短期利率，而曲率因子主要影响中期利率。

我们把图 1 左边曲率因子载荷达到最大时的期限 t^* 称为曲率因子影响期限，它决定 λ 的取值，或者说 λ 值取决于 t^* 。状态因子 $[L_t, S_t, C_t]$ 按时间序列过程动态演化，该动态过程与 (2) 式一起构成了动态 Nelson-Siegel 期限结构模型 (以下简称 DNS 模型)。

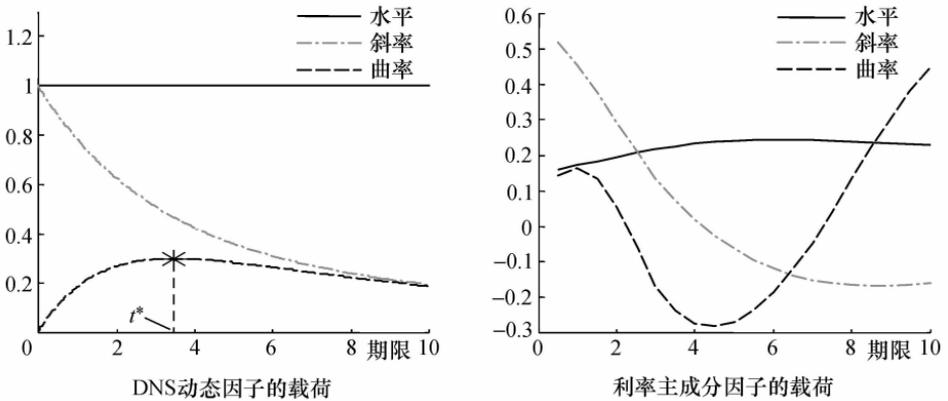


图1 DNS状态因子载荷和主成分因子载荷

注：左边为DNS模型的水平因子、斜率因子、曲率因子载荷；右边为下文中的主成分分析的水平因子、斜率因子、曲率因子载荷。

DNS模型至少具备以下优点：第一，Vasicek模型、CIR模型以及多因子仿射模型的状态变量常为不可观察的瞬时利率或者是潜在因子（latent factor），而DNS模型的状态变量分别表现为期限结构的水平、斜率和凸度，相比更加直观。第二，DNS的期限结构由“水平”、“斜率”、“曲率”线性合成，能够生成斜向上、斜向下、水平以及先上后下、先下后上等多种典型单峰形态。第三，DNS模型（2）式中债券即期利率恰好是状态因子 L_t 、 S_t 、 C_t 的线性仿射形式，与仿射类均衡模型完全相似（参考Duffie and Kan（1996）等），因此DNS模型具有向无套利均衡模型推广的潜力。

DNS模型可以通过以下两种途径进行实现：

（一）Diebold and Li 两步法

Diebold and Li（2006）采用“两步法”得出状态变量及参数估计值。DNS模型固定了 λ 值，而 λ 取决于曲率因子，因此根据市场中最常见的中期债券期限确定 λ 经验值，使之能体现市场中最能代表中期债券的影响。再根据（2）式，在截面数据上用最小二乘法得到状态因子向量 $X_t = [L_t, S_t, C_t]'$ 的拟合值。得出状态向量序列后，假定Nelson-Siegel状态因子的动态过程可以用 $X_{t+1} = f(X_t) + \epsilon_{t+1}$ 来描述，动态演化可以是AR、VAR、ARMA、ARIMA等时间序列过程。

（二）DNS状态空间模型

“两步法”事先要给出 λ 经验值，具有一定任意性。Diebold *et al.*（2005）采用了DNS状态空间模型，一次性同时估计出 λ 和其他参数，因此也称“一步法”。以向量形式表示，对于状态因子向量 $X_t = [L_t, S_t, C_t]'$ ，给

定固定期限 τ_1, \dots, τ_N 的 N 个零息债券收益率，即期利率向量 $y_t = [y_t^{(\tau_1)}, \dots, y_t^{(\tau_N)}]'$ ，则 DNS 模型有以下两组方程：

(1) 状态方程：

$$X_{t+1} = \mu + AX_t + \varepsilon_{t+1}. \quad (3)$$

(2) 观察方程：

$$y_t = BX_t + \eta_t. \quad (4)$$

状态方程为 DNS 模型状态变量的动态过程，假设为 AR(1) 或 VAR(1) 过程，误差项为多元正态分布 $\varepsilon_t \sim N(0, \Sigma)$ ；观察方程左边为可观察的利率，右边 B 为 $N \times 3$ 矩阵，根据 (2) 式，第一列元素为水平因子载荷 1；第二列第 i 行元素为斜率因子载荷 $[1 - \exp(-\lambda\tau_i)]/(\lambda\tau_i)$ ，第三列第 i 行元素为曲率因子载荷 $[1 - \exp(-\lambda\tau_i)]/(\lambda\tau_i) - \exp(-\lambda\tau_i)$ ；定价误差也假定多元正态分布 $\eta_t \sim N(0, \Omega)$ ，且与 ε_t 相互独立。该状态空间模型可以用卡尔曼滤波方法估计参数，由初始状态迭代得出各期状态值，其中状态初始值 $\hat{X}_{1|0}$ 为 (3) 式的无条件均值，均方矩阵 $\Sigma_{1|0}$ 为无条件协方差矩阵。⁵

然而，DNS 模型没有消除不同时点或不同期限上的无风险套利机会⁶，无套利是金融资产定价的基本前提假设之一，因此需要对 DNS 模型作适当修正以消除市场无风险套利机会。DNS 模型最先并不是从经济均衡中得出的，Diebold *et al.* (2005) 说明 DNS 本身并不属于仿射类模型，但 Christensen *et al.* (2007, 2009) 对标准仿射模型的参数加以适当限制，就能够得到无套利条件下的 DNS 模型。

根据 Duffie and Kan (1996) 和 Dai and Singleton (2000) 的仿射均衡模型设定，在满足一定技术条件下，三维状态变量 X_t 为马尔科夫过程，且有：

(1) 风险中性测度下 Q 有：

$$dX_t = K^Q(\Theta^Q - X_t)dt + \Sigma dW_t^Q. \quad (5)$$

(2) 现实测度下 P 有：

$$dX_t = K^P(\Theta^P - X_t)dt + \Sigma dW_t^P. \quad (6)$$

(3) 瞬时利率仅取决于前两个状态因子：

$$r_t = X_{1t} + X_{2t}. \quad (7)$$

如果 (5) 式中参数矩阵满足： $K^Q = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & -\lambda \\ 0 & 0 & \lambda \end{bmatrix}$ ，则 T 时到期的零息票

⁵ 卡尔曼滤波方法更多参见 Hamilton (1994) 等。

⁶ 参考 Filipovic (1999) 等。

债券价格

$$B(t, T) = E_t^Q \left[\exp \left(- \int_t^T r_s ds \right) \right] \quad (8)$$

为指数仿射形式, 求解 Duffie and Kan (1996) 的常微分方程组, 期限为 $\tau = T - t$ 的即期利率

$$\begin{aligned} \mathcal{J}_t^{(\tau)} = & X_{1t} + X_{2t} \left[\frac{1 - \exp(-\lambda_t \tau)}{\lambda_t \tau} \right] \\ & + X_{3t} \left[\frac{1 - \exp(-\lambda_t \tau)}{\lambda_t \tau} - \exp(-\lambda_t \tau) \right] - \frac{C_0(\tau)}{\tau}, \end{aligned} \quad (9)$$

其中 $C_0(\tau)$ 可以通过常微分方程组求得解析解或者数值解。以上特定的仿射模型称为无套利的 DNS 模型 (简称 AF-NS 模型)。(9) 式与 DNS 模型 (2) 式类似, 即期利率也是状态变量的仿射形式, 因子载荷相同, 区别只在于 (9) 式加入了一个常数项。因此从这个意义上说, AF-NS 只是均衡模型的一个特例, 仍可以从经济假设出发而得出, 具有理论一致性。

DNS 模型是 NS 静态模型的动态扩展, 这一扩展或可推广至其他多峰静态模型, 我们对这类模型进行类比⁷: DNS (NS) 模型形式最为节俭, 只是灵活性略有不足, 不能反映现实中利率曲线可能存在的多峰现象。Svensson (1994) 提出的 NSS 模型和周子康等 (2008) 提出的 NSM 模型是对 NS 模型的静态扩展, 通过添加新的指数多项式和新参数, 能够反映利率曲线的多峰。理论上 NSS、NSM 这两个模型也具有动态化的潜在可行性。然而, 尽管后两者形式上更具有灵活性, 但这两个模型很难拓展到动态模型, 原因是: NSS 模型参数依赖初始参数, 参数很不稳定, Christensen *et al.* (2009) 认为 NSS 模型增加一个曲率因子无法向传统均衡模型推广。同样 NSM 模型也无法动态推广。特别是用于利率预测时, DNS 模型的样本外预测效果更好, 后两个复杂模型的预测结果也更不稳定。此外, 具体到中国市场, 国债期限结构的多峰形态相对少见, 市场不成熟时出现少数利率曲线多峰也可能是市场流动性不足所致, 可能只是市场异常现象, 并不一定是均衡收益曲线为多峰, 这种情况下如果模型的拟合度高, 反而可能追踪误差更严重, 体现为过度拟合。因此相对于其他多峰模型, DNS 模型是本文研究优先采用的模型。

三、模型实证

(一) 市场和数据描述

目前中国债券市场中, 银行间市场远比交易所市场活跃, 交易规模更

⁷ 感谢审稿人对此的建议。

大⁸，参与者也比较广泛。本文采用银行间 2002 年 2 月至 2009 年 2 月共 7 年的国债价格的月度数据进行实证。⁹ 本文的实证也完全适用于交易所市场。

银行间市场自 1997 年从交易所市场中独立分离出来之后，早期债券发行量、成交量都有限，2002 年之后银行间国债期限结构才逐步形成，但期限结构不完整的问题一直非常突出：1997 年之后银行间市场共发行近 200 只国债，绝大部分债券都是 2—7 年期的中期债券。财政部在相当长一段时间内实行逐年审批国债年度发行额度，极少发行 1 年以内的短期国债（2006 年之前银行间每年才发行 2 只左右的短期债券）。2006 年后国债发行制度改革，实行国债余额管理，短期国债才有所增加，但也仅在每年 6 只左右；市场上也匮乏 10 年期以上的长期国债，2007 年之前银行间总共仅发行了 10 只左右。中国期限结构学术研究无法忽视期限结构不完整的问题，因此本文的研究集中在 10 年以下的中期国债，对于 1 年以内的也仅取了 0.5 年的即期利率。

为取得固定期限利率，我们先用静态拟合方法拟合即期利率期限结构¹⁰，时间从 2002 年 2 月至 2009 年 2 月共 85 个月，固定期限在 0.5 年至 10 年之间每隔半年取一个，共 20 个期限，如图 2 左图所示。样本期间，中国债市至少经历了两轮明显的牛熊市交替：自 2003 年下半年至 2004 年经济出现通货膨胀信号，央行加息，国债利率随之升高；2005 年至 2006 年股票市场正处低迷，而债券市场相对繁荣；2006 年至 2008 年股市行情节节高涨，同时央行调高

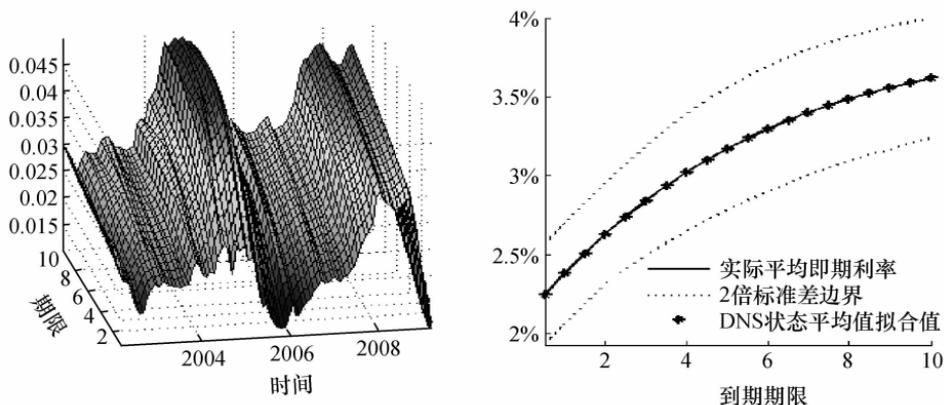


图 2 银行间利率期限结构、平均期限结构及 DNS 状态平均值拟合

注：左图表示 2002.2—2009.2 银行间债券市场期限结构图；右图中实线表示实际平均期限结构，虚线表示平均期限结构 2 倍标准差范围，* 表示后文中用 DNS 状态平均值 $\bar{f}_t = [\bar{L}_t, \bar{S}_t, \bar{C}_t]$ 总体拟合值。

⁸ 数据显示样本期间银行间市场国债总成交金额占 79.8%，而上交所占 18%，深交所仅占 2.2%。

⁹ 本文数据来自 Wind、红顶收益战略家软件等。

¹⁰ 静态拟合一般可选 Svensson 方法，误差较小，参考朱世武和陈健恒（2003）等；或者采用中央国债登记结算公司 HERMITE 方法所公布的国债期限结构。

准备金率回收市场流动性,推高国债收益率;2008年之后,随股票二级市场行情下降和央行货币政策松动,债券市场又处于阶段性繁荣。其走势基本上凸显了债市股市的资产替代效应以及央行的货币政策效应。

我们取各期限即期利率的平均值及标准差,观察这段时间内利率期限结构的基本形状,如图2右边,可见中国债券市场期限结构基本呈现倾斜向上形状,所选样本期间期限结构基本上都是“单峰单调倾斜”形态,同时还发现短端比长端的波动稍大,波动率期限结构略微向右下倾斜。

(二) 状态因子和参数估计

本节实证分析先采用“两步法”。DNS模型中 λ 主要影响曲率因子,对中期债券作用最大。中国债券市场最常见的是剩余期限为2—7年的中期债券,曲率在2—7年载荷最可能达到最大,我们先选取曲率因子影响期限 t^* 为3.5年期,此时 $\lambda=0.51235$ 。后文将对这个 λ 经验值进行敏感性分析。对每个时点 t 上的即期利率截面采用最小二乘法,状态变量就是(2)式中的参数估计值。

同时我们也采用“一步法”,用状态空间模型中的卡尔曼滤波方法估计参数。如果状态方程(3)为AR(1),则似然函数中有30个未知参数,包括(3)式 μ 中的三个常数项、 A 中的三个对角元素、 Σ 中的三个对角元素、观察方程(4)中的 λ 和定价误差矩阵 Ω 的20个对角元素;如果状态方程为VAR(1),还要加上 A 的六个非对角元素和 Σ 的三个非对角元素(对称矩阵),共39个未知参数。假设不同期限的定价误差互相独立, Ω 设为对角矩阵,这是动态期限结构模型的标准设定方式。把两步法所得系数值作为初始参数,极大化似然函数。卡尔曼滤波估计得出 λ 为0.437,曲率最大影响期限 τ^* 约为4.1年,与两步法 λ 经验值接近。

1. 状态因子的动态分析

两步法中,状态变量即为截面最小二乘法的系数序列;一步法中,采用卡尔曼滤波的更新状态 $\hat{X}_{i|t} = \hat{X}_{i|t-1} + \hat{K}_t(y_t - \hat{B}\hat{X}_{i|t-1})$ 作为状态拟合值,其中 \hat{K}_t 为状态空间模型中的增益矩阵。

我们用即期利率平均值 $\frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} y_i^{(1)}$ 表示“实际利率水平”,用最短期0.5年和最长期10年的即期利率之差 $y_i^{(0.5)} - y_i^{(10)}$ 表示“实际斜率”,以 $[2y_i^{(3.5)} - y_i^{(0.5)} - y_i^{(10)}]/y_i^{(5)}$ 表示“实际曲率”。比较两步法和一步法得出的DNS三个状态因子,以及“实际水平”、“实际斜率”和“实际曲率”,如图3所示。

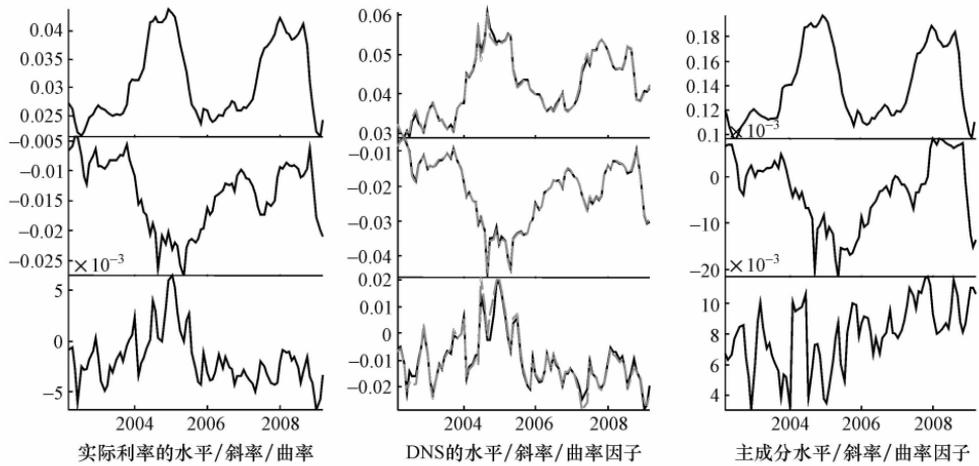


图 3 实际利率水平/斜率/曲率与模型状态因子比较

注：左边第一列为实际利率的水平/斜率/曲率；中间一列为 DNS 模型得出的状态因子，实线表示两步法得出的 $\hat{L}_t, \hat{S}_t, \hat{C}_t$ ，虚线表示通过卡尔曼滤波得出的更新状态因子 \hat{X}_{t+1} ；右边的第三列是后文中主成分分析中的前三个主成分序列，分别表示主成分分析的水平/斜率/曲率 $\hat{\beta}_{1t}, \hat{\beta}_{2t}, \hat{\beta}_{3t}$ 。

从图 3 前两列看出，DNS 模型两种方法得出的“水平”、“斜率”、“曲率”状态因子与利率期限结构实际的“水平”、“斜率”、“曲率”非常一致，其相关系数分别达到 0.96, 0.99, 0.99。两步法和卡尔曼滤波方法得出的状态序列也基本重合，差别较小。

对于 DNS 的三个状态因子 $\hat{L}_t, \hat{S}_t, \hat{C}_t$ ，自相关系数都为拖尾，偏自相关系数都为一步截尾，因此可以用 AR(1) 描述状态因子的动态过程。另外也采用 VAR(1)。状态因子的动态方程系数估计如表 1 所示。

表 1 DNS 状态因子的动态方程估计

参数	AR(1)				VAR(1)			
	L_{t-1}	S_{t-1}	C_{t-1}	μ	L_{t-1}	S_{t-1}	C_{t-1}	μ
L_t	0.9373*** (0.0347)			0.0026** (0.0015)	0.9361*** (0.0503)	0.0344 (0.0446)	0.0646** (0.0310)	0.0042** (0.0018)
S_t		0.9301*** (0.0319)		-0.0014** (0.0007)	0.0246 (0.0630)	0.9060* (0.0558)	-0.0899** (0.0388)	-0.0042* (0.0022)
C_t			0.7646*** (0.0690)	-0.0024** (0.0012)	0.1969* (0.1156)	-0.0115 (0.1025)	0.7267*** (0.0712)	-0.0114*** (0.0041)

注：***表示 1% 水平上显著，**表示 5% 水平上显著，*表示 10% 水平上显著，括号内为标准差。下同。

表 1 中，水平因子具有最高的持续性，其次是斜率因子，持续性最低的是曲率因子。AR(1) 系数中三个因子的无条件均值为 (0.0408, -0.0207,

-0.0102), 与状态因子实际平均值(0.0422, -0.0212, -0.0100)相一致。VAR(1)参数表明水平因子和曲率因子可能存在相互作用关系, 但前两个因子的作用并不显著, 后两个因子也只有单向影响。

2. DNS模型的定价效果

我们利用估计出来的参数以及状态因子, 评价模型对中国债券期限结构的样本内拟合效果。

首先, 总体上, 采用状态因子的平均值 $\bar{X} = [0.0422, -0.0212, -0.0100]$, 以及 $\lambda = 0.51235$ 得到 DNS 模型的平均期限结构, 如图 2 右图所示, 星号“*”表示的 DNS 平均状态的拟合值, 与实线表示的数据中真实平均期限结构吻合。说明 DNS 模型总体拟合效果与实际一致。

其次, 我们用状态因子拟合样本内各期限利率, 以 $e = y_t - \hat{y}_t$ 表示定价误差, 统计如表 2 所示。

表 2 样本内定价误差统计表

单位: BP

期限	均值	标准差	最小值	最大值	$\rho(1)$	$\rho(6)$
0.5 年	0.2	7.6	-11.8	24.5	0.80	0.37
2 年	-0.1	5.9	-22.1	9.5	0.76	0.34
5 年	0	4.1	-8.5	12.9	0.70	0.32
7 年	0.1	3.7	-9.2	12.4	0.58	0.12
10 年	-0.2	6.5	-24.8	9.3	0.68	0.19

注释: $\rho(k)$ 为 k 阶自相关系数。

表 2 中 DNS 模型的定价误差平均值都小于 1 BP¹¹, 标准差低于 8 个 BP, 最大值和最小值的绝对值也少于 30 个 BP。对于 2—7 年的中期债券的定价效果更好, 而对 1 年以下的短期债券和 7 年以上的长期债券的定价误差的均值和标准差都相对较大。但均在 10 BP 内。

对照范龙振和张国庆(2005)的两因子仿射和广义高斯仿射的定价误差(平均值在 2 BP 左右, 标准差大多在 10 BP 以上), 可见 DNS 模型样本内拟合度高。另外与仿射模型类似, DNS 模型的定价误差在短期也存在较高的自相关, 这可能与静态方法中的测量误差、不同期限债券的流动性差别等因素有关(参考 Bliss(1997)等)。由于本文的定价误差并没有包括静态拟合中的误差, 实质上后者有可能会大于前者的模型误差。因此 DNS 样本内拟合结果在将来有更进一步改善的可能, 比如采取其他方法得出更接近真实交易价格的利率数据, 或者选取更合适的固定期限等。

3. λ 的敏感性分析。

两步法中 λ 取经验值, 卡尔曼滤波得出 λ 估计值相对依赖选择的固定期

¹¹ 1 BP=0.01%, 即年化利率的万分之一。

限。为了结论的稳健性，我们对不同 λ 进行敏感性分析。 λ 值由图1左图中的“曲率因子影响期限” t^* 决定，主要影响中期债券。中国债券市场上2—7年的中期债券最多，我们分别选取 t^* 为2年、2.5年、3年、3.5年、4年、4.5年、5年、6年、7年9个期限，相应的 λ 分别递减为9个值。分析不同 λ 对于状态因子以及定价效果的影响。

(1) 对DNS状态因子的影响

随 t^* 值增大， λ 减少，我们发现水平因子和斜率因子的持续性减少，但曲率因子的持续性增加。对DNS状态因子进行ADF检验，发现随着图1左图中的 t^* 从2年向右移动，水平因子和斜率因子一开始不能拒绝单位根，随后单位根现象逐渐消失，最终显著拒绝单位根；曲率因子恰好相反，一开始显著拒绝单位根，随后逐渐出现单位根。

产生这个现象可能是因为：国债利率本身具有高持续性，存在单位根，样本期间的即期利率在10%水平上均无法拒绝单位根假设。而(2)式中，即期利率分别是“水平”、“斜率”、“曲率”三个因子的线性函数，单位根现象变强可能说明该因子对于左边利率的解释力增强，反之说明因子解释力减弱。图1左中的曲率载荷在到达 t^* 前，呈斜向上，随后才缓慢减少。曲率前半部分就类似于一个斜率因素，而且对于中长期债券的解释力会逐渐增强。因此随 t^* 右移，曲率因子解释了原来属于水平因子和斜率因子的那部分，自身解释力度逐渐增强。由于 t^* 最影响中期债券，这种现象可能与中国债券市场的期限分布不均匀也有一定关系。

(2) 对定价效果的影响

t^* 和 λ 的变化一定程度上也会影响样本内定价效果。我们取定价误差的前两阶矩对比发现：当 $t^* < 3.5$ 时，定价误差的平均值增加，同时标准差也增加，而且 t^* 越小，定价误差越显著不等于零，且容易高估1—3年而低估3—7年的收益率，显然，我们不应该把 t^* 设为比3.5年更小的值；另一方面，当 $t^* > 3.5$ 时，特别是对于3年以上的期限来说，虽然定价误差的标准差在降低，但定价误差的均值却在增大，两者之间存在一个替代交换(tradeoff)，且 t^* 越大，平均越易低估1—3年利率，高估3—7年利率。因此，中国债券曲率影响期限 t^* 选取3.5年左右是相对适合的。

尽管不同 λ 对于状态因子有一定敏感性影响，但样本内拟合差异都较小，我们也验证了在合适范围内的 λ 值并不影响本文中模型其他主要结论，因此可以允许小幅度内的 λ 估计偏差。

(三) DNS与主成分分析比较

利率期限结构研究中，另一种被广泛应用的统计学方法是主成分分析法。均衡模型在建模中也借鉴了主成分方法，例如Litterman and Scheinkman (1991)研究表明三个主成分因素已经足够解释美国债券收益率变动，Chen

and Scott (1993)、Dai and Singleton (2000) 等仅采用了三个以内的状态因子建立仿射模型。

对样本期间中国银行间国债即期利率进行主成分分解, 正交分解利率 y_t 的方差-协方差矩阵 $QAQ' = \text{cov}(y_t, y_t')$, Λ 的主对角元素为特征根, Q 的列向量为对应特征向量。记最大的三个特征因子为 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$, 对应的特征向量为 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$, 则前三个主成分为 $\beta_i = [\beta_{1t}, \beta_{2t}, \beta_{3t}]$, 且 $\beta_{it} = \alpha_i' y_t, i=1, 2, 3$ 。主成分载荷为各期限对应的 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$, 如前面图 1 右边所示: 其中第一个因子对于所有期限的影响都差不多, 因此称为主成分的水平因子; 第二个因子对于短期利率的作用比长期更大, 称为斜率因子; 第三个因子载荷呈曲形, 称为曲率因子。

DNS 因子和主成分因子的区别在于: DNS 三个状态因子可能不相互独立(例如 VAR(1)中说明水平和曲率可能存在相互作用), 且因子载荷受 NS 模型中远期利率非负、折现因子随期限递减至零等条件的约束; 而 DNS 主成分因子相互正交, 因子载荷相对不受条件约束。

我们发现中国国债的前三个主成分能够解释 99% 以上的收益率波动, 分别得到这三个主成分序列 $\hat{\beta}_i$, 如前面图 2 的第三列。从图 2 上看, 主成分水平(斜率)因子与实际利率的水平(斜率)相关度较高, 与 DNS 模型的水平(斜率)因子相关度也较高。然而主成分的第三个因子, 与实际的曲率和 DNS 的曲率的相关度就不那么明显, 表现为大幅波动。

鉴于主成分分析是解释利率期限变动的基础统计方法, 也是均衡模型采用少量状态因子建模的理论基础, 我们关心中国市场上 DNS 因子能否线性生成由利率主成分所生成的空间。因此对于 $i=1, 2, 3$, 采用线性回归:

$$\beta_{it} = b_0 + b_1 L_t + b_2 S_t + b_3 C_t + \zeta_t. \quad (10)$$

回归结果如表 3 所示。

表 3 主成分因子回归结果

主成分因子	b_0	b_1	b_2	b_3	R^2
水平因子 $\hat{\beta}_1$	2.02e-7 (1.8e-5)	4.44*** (0.0004)	1.74*** (0.0003)	1.09*** (0.0002)	1
斜率因子 $\hat{\beta}_2$	-4.06e-6 (7.7e-5)	0.48*** (0.002)	1.09*** (0.001)	0.05*** (0.001)	0.9998
曲率因子 $\hat{\beta}_3$	-3.41e-5 (3.8e-4)	0.15*** (0.008)	0.014** (0.006)	-0.20*** (0.005)	0.9455

前两个因子 R^2 接近于 1, 第三个因子 R^2 也高于 0.94, 并且各系数显著。可见三个 DNS 因子能够线性生成由期限结构主成分因子所生成的空间。DNS 模型与传统模型高度一致, 没有发生背离。

四、中国国债投资动态管理策略应用

(一) 预测利率

积极债券管理的主要途径之一是通过预测利率发现价值，主动进行资产配置，获得超额收益。因此动态期限结构模型应用于债券投资管理策略，不仅要看它是否能拟合历史收益率，更重要的是它能否利用现有信息预测将来利率变动。正如本文开头所述，传统均衡模型在这方面基本失效。

DNS模型由三个动态变化的状态因子合成整个期限结构，具有预测的潜力。以下我们采用中国银行间债券市场数据检验，选用2007年3月至2009年2月共24个月作为样本外预测期间，选定2002年2月至2007年2月作为首次预测的样本内时间。

预测时我们采用了逐次向后迭代的方法：如果预测步长为1个月，则第一个月（即2007年3月）采用2002年2月到2007年2月的数据信息，而预测2007年4月时，则利用2007年3月前所有信息；如果预测步长大于1个月，比如半年，则2007年3月采用2006年9月之前的信息，2007年4月采用2006年10月之前的信息，以此类推。

我们的预测过程分为三步：

(1) 首先估计样本内参数和状态变量拟合值。

(2) 根据动态方程向前 Δ 步（数据时间间隔的整数倍）预测未来状态。预测方程为：

$$\hat{X}_{t+\Delta} = (I_K - \hat{A}^\Delta) (I_K - \hat{A})^{-1} \mu + \hat{A}^\Delta X_t. \quad (11)$$

(3) 预测即期利率期限结构：

$$y_{t+\Delta}^{(p)} = \hat{L}_{t+\Delta} + \hat{S}_{t+\Delta} \left[\frac{1 - \exp(-\lambda\tau)}{\lambda\tau} \right] + \hat{C}_{t+\Delta} \left[\frac{1 - \exp(-\lambda\tau)}{\lambda\tau} - \exp(-\lambda\tau) \right]. \quad (12)$$

第2步中状态因子的动态过程可以设定为AR(1)和VAR(1)，我们把这两个模型分别称为“AR(1)-DNS模型”和“VAR(1)-DNS模型”。此外，状态因子的单位根检验说明这三个因子可能存在单位根，状态因子可能是鞅过程，因此预测时：如果我们假定三个状态因子全部为随机游走，则称为“RW3-DNS模型”；如果假定只有第三个因子为随机游走，前两个因子为AR(1)，则称为“AR2×RW1-DNS”；如果假定前两个因子为随机游走，而第三个因子为AR(1)，则为“RW2×AR1-DNS”。这些DNS子模型都是根据单位根检验的可能结果而设定的。

文献中还常采用其他的一些动态预测的方法，我们可用来作为比较参照：

1. 随机游走模型

$$\hat{y}_{t+\Delta}^{(\tau)} = y_t^{(\tau)}. \quad (13)$$

随机游走是期限结构动态预测常用的一个比较基准(benchmark),例如Duffee(2002),Diebold and Li(2006)等。本文下面也采取这个基准。该模型下对未来利率的最好预测就是利率不发生变化。

2. Campbell and Shiller 斜率预测

Campbell and Shiller(1992)曾用期限结构斜率检验预期理论,如果预期理论成立,则斜率能完全预测长期利率的短期变动。因此也称为“斜率预测”,预测方程如下:

$$\hat{y}_{t+\Delta}^{(n-\Delta)} - y_t^{(n)} = b_0 + b_1(y_t^{(n)} - y_t^{(\Delta)}). \quad (14)$$

3. Fama and Bliss 远期利率预测

Fama and Bliss(1987)曾用远期与短期利率利差检验预期理论,同样,如果预期理论成立,现有期限结构信息也能用来预测利率变动,预测方程如下:

$$\hat{y}_{t+\Delta}^{(n-\Delta)} - y_t^{(n-\Delta)} = b_0 + b_1[f(t, n-\Delta, n) - y_t^{(\Delta)}], \quad (15)$$

其中 $f(t, n-\Delta, n)$ 为 t 时刻上从 $t+n-\Delta$ 到 $t+n$ 的远期利率。

4. 主成分预测

本文第二部分得到的主成分因子也可用于样本外预测。假设相互独立的主成分因子 β_i 为 AR(1)过程,即 $\beta_{t+1} = \mu_\beta + A_\beta \beta_t + \zeta_t$ 。根据主成分因子的预测值得出即期利率的预测:

$$\hat{y}_{t+\Delta}^{(\tau)} = \alpha_1(\tau)\hat{\beta}_{1,t+\Delta} + \alpha_2(\tau)\hat{\beta}_{2,t+\Delta} + \alpha_3(\tau)\hat{\beta}_{3,t+\Delta}. \quad (16)$$

我们采用三个预测步长,分别为1个月、6个月、12个月,比较DNS类模型与其他四个预测模型的预测效果。用预测误差的均值、标准差、均方根误差(RMSE)、平均绝对离差(MAE)四个统计量衡量预测效果,主要关注后面两个统计量。结论如表4所示。

表4 样本外预测误差的模型比较

单位:BP

子表 A: 预测期 $\Delta=1$ 个月										
1. 预测误差均值										
模型\期限	1年	2年	3年	4年	5年	6年	7年	8年	9年	10年
AR(1)-DNS	-0.1	-0.5	-2.6	-4.0	-4.8	-4.7	-3.5	-1.8	0.0	1.3
AR2×RW1-DNS	2.5	3.3	1.7	0.2	-0.8	-0.9	0.0	1.4	3.0	4.0
随机游走	-2.8	-2.2	-1.7	-1.3	-1.0	-0.8	-0.6	-0.3	-0.1	0.2
Campbell-Shiller	3.5	4.6	4.3	4.2	4.2	4.1	3.9	3.4	2.9	2.4
Fama-Bliss	NaN	-4.8	-4.4	-4.2	-4.0	-3.6	-3.0	-2.0	-1.4	-1.2
主成分	0.4	-4.5	-5.0	-4.0	-2.7	-1.6	-1.2	-1.8	-0.1	3.5

(续表)

2. 标准差										
AR(1)-DNS	30	27	25	24	24	23	23	23	22	22
AR2×RW1-DNS	30	28	27	26	25	24	24	24	23	23
随机游走	30	28	27	26	25	24	24	24	23	23
Campbell-Shiller	31	29	27	27	26	25	25	25	25	25
Fama-Bliss	NaN	29	27	27	26	25	26	25	25	25
主成分	31	28	26	25	24	24	24	24	24	24
3. 均方根误差(RMSE)										
AR(1)-DNS	29	27	25	24	24	23	23	22	22	21
AR2×RW1-DNS	30	28	26	25	24	24	24	24	23	22
随机游走	29	27	26	25	24	24	23	23	23	23
Campbell-Shiller	30	28	27	26	25	25	25	24	24	24
Fama-Bliss	NaN	28	27	26	26	25	25	25	24	24
主成分	30	28	26	25	24	23	24	24	24	24
4. 平均绝对离差(MAE)										
AR(1)-DNS	21	20	18	17	16	16	16	16	16	16
AR2×RW1-DNS	23	22	20	19	18	18	18	18	18	18
随机游走	21	20	19	19	18	18	17	17	17	17
Campbell-Shiller	22	20	19	19	18	18	18	18	18	18
Fama-Bliss	NaN	20	19	19	19	18	18	18	18	18
主成分	22	19	18	18	17	17	18	18	18	19

子表 B: 预测期 $\Delta=6$ 个月

1. 预测误差均值										
模型\期限	1年	2年	3年	4年	5年	6年	7年	8年	9年	10年
AR(1)-DNS	12	6	1	-1	-2	-2	0	2	4	6
AR2×RW1-DNS	21	19	16	13	11	11	11	13	14	15
随机游走	-1	-1	0	1	2	3	3	4	5	5
Campbell-Shiller	-37	-42	-44	-43	-42	-40	-36	-32	-28	NaN
Fama-Bliss	NaN	-25	-28	-29	-29	-26	-20	-12	-8	-8
主成分	12	3	-4	-6	-7	-5	-4	-2	2	7
2. 标准差										
AR(1)-DNS	93	88	84	81	79	77	76	75	74	73
AR2×RW1-DNS	94	90	87	84	82	80	78	77	76	75
随机游走	102	98	94	92	89	87	85	84	84	83
Campbell-Shiller	107	103	101	99	97	96	95	94	93	NaN
Fama-Bliss	NaN	106	102	101	100	99	98	95	93	91
主成分	99	96	93	91	89	88	87	86	85	83
3. 均方根误差(RMSE)										
AR(1)-DNS	92	86	82	80	77	75	74	73	72	71
AR2×RW1-DNS	95	90	87	84	81	79	78	77	76	75
随机游走	100	95	92	90	87	85	83	83	82	82
Campbell-Shiller	111	110	108	106	104	102	100	98	96	NaN
Fama-Bliss	NaN	107	104	102	102	100	98	94	92	90
主成分	98	94	91	89	88	86	85	84	83	82

(续表)

4. 平均绝对离差(MAE)										
AR(1)-DNS	71	66	62	60	59	59	59	59	59	59
AR2×RW1-DNS	78	74	70	67	65	63	62	62	62	61
随机游走	75	74	72	71	70	68	68	67	67	67
Campbell-Shiller	79	79	80	80	80	80	80	79	79	NaN
Fama-Bliss	NaN	79	79	79	80	80	80	79	77	76
主成分	77	72	70	70	69	69	69	69	68	67

子表 C: 预测期 $\Delta=12$ 个月

1. 预测误差均值										
模型\期限	1年	2年	3年	4年	5年	6年	7年	8年	9年	10年
AR(1)-DNS	48	37	30	25	23	22	23	25	27	28
AR2×RW1-DNS	59	54	48	43	40	38	38	38	39	40
随机游走	38	37	36	35	35	35	36	36	36	37
Campbell-Shiller	13	1	-8	-13	-15	-14	-11	-6	-1	NaN
Fama-Bliss	NaN	0	-7	-8	-10	-5	7	23	35	36
主成分	52	39	30	25	23	22	23	24	28	33
2. 标准差										
AR(1)-DNS	101	96	93	91	88	86	85	83	82	81
AR2×RW1-DNS	105	103	100	97	94	92	89	87	86	84
随机游走	122	119	116	114	111	109	107	105	104	101
Campbell-Shiller	133	129	126	124	122	120	119	118	117	NaN
Fama-Bliss	NaN	129	125	124	124	125	125	124	123	121
主成分	117	115	115	115	114	112	110	108	106	103
3. 均方根误差(RMSE)										
AR(1)-DNS	110	101	96	92	89	87	86	85	85	84
AR2×RW1-DNS	119	114	109	105	101	97	95	94	92	91
随机游走	126	122	119	117	114	112	110	109	108	106
Campbell-Shiller	131	126	123	122	120	119	117	116	115	NaN
Fama-Bliss	NaN	127	123	121	121	122	123	123	125	124
主成分	125	120	117	115	114	112	110	108	107	106
4. 平均绝对离差(MAE)										
AR(1)-DNS	100	91	84	80	78	77	76	76	76	75
AR2×RW1-DNS	109	104	98	94	90	88	86	85	84	82
随机游走	111	108	105	102	101	99	98	98	97	95
Campbell-Shiller	107	98	92	88	86	86	87	90	92	NaN
Fama-Bliss	NaN	98	92	91	90	95	99	106	112	111
主成分	114	106	101	99	97	96	95	95	95	95

注:按照预测期间 $\Delta=1,6,12$ 分为三个子表。横轴表示期限,纵轴为预测模型;比较指标为预测误差的均值、标准差、均方根误差、平均绝对离差。由于 RW3-DNS、RW1×AR2-DNS、VAR(1)-DNS 三个模型的效果都不如 AR(1)-DNS 模型。限于篇幅,以上这三个子模型的结果都没有在表中列出,但如果需要,作者可以提供更完整的表格。

从表4中可以看出,预测步长为1个月时,DNS模型并不比其他模型具有优势,标准差、RMSE和MAE都处于同一水平;但是随着步长扩大,AR(1)-DNS和AR2×RW1-DNS两个模型的优势就体现出来了:当步长为6个月时,DNS模型的标准差、RMSE、MAE都显然低于随机游走和其他模型,越低说明模型预测效果相对越好;当步长为12个月时,DNS类模型的RMSE、MAE更加显著低于其他模型,DNS的预测优势进一步扩大。因此DNS模型在半年以上的预测可以击败其他所有模型。

就AR(1)-DNS和AR2×RW1-DNS相比而言,前者的预测效果要优于后者。VAR(1)-DNS模型的结果没有在表4中给出,但是预测效果也劣于AR(1)-DNS,原因在于VAR的变量有交叉作用,参数估计时可能过度拟合,导致样本外预测效果较差。

我们采用Granger and Newbold (1977)等提出的Morgan-Granger-Newbold统计量检验(简称MGN),进一步验证DNS预测优势在统计意义上是否显著。其中表现最好的AR(1)-DNS模型和随机游走模型预测差异的MGN统计量如表5所示。

表5 AR(1)-DNS模型和随机游走模型的MGN统计量

$\Delta \tau$	1年	2年	3年	4年	5年	6年	7年	8年	9年	10年
1个月	0.11	-0.42	-0.82	-0.74	-0.53	-0.41	-0.52	-0.63	-1.00	-1.58
6个月	-1.96	-2.58	-2.89	-2.85	-2.80	-2.90	-3.13	-3.51	-3.88	-4.07
12个月	-3.65	-6.29	-7.95	-7.90	-7.83	-8.14	-8.38	-8.35	-7.96	-7.32

注:MGN统计量服从自由度为 $T-1$ 学生 t 分布。自由度23的 t 分布的双侧临界值在1%显著水平下为2.807,5%显著水平下为2.069,10%显著水平下为1.714。MGN超出临界值说明两个预测模型的预测差别越显著,负值表示AR(1)-DNS模型预测误差低于随机游走模型。

表5的结果说明:向前一步预测时,AR(1)-DNS与随机游走预测的差别并不显著;但随着预测步长的延长,AR(1)-DNS就显著地击败随机游走模型;预测步长为1年时,DNS模型各期限在1%显著水平下优于随机游走。根据Duffee (2002)所述,DNS模型因此超出了一般的均衡模型。在所有采用现有期限结构信息的模型中表现最好,更适用于年度利率预测。

我们也发现DNS模型的预测误差仍然不容忽视,短期内也有较高的持续性。且不同期限的预测误差具有类似的波动形态,这可能是因为所有这些预测模型都仅仅采用期限结构信息,而忽视了诸如宏观经济中股票市场资产替代效应、货币政策等其他系统性信息。

由于远期利率、债券持有期收益率和超额收益率都为即期利率的线性转换,容易通过预测即期利率变动而预测远期和持有期收益率,DNS方法因此能提高传统线性预测的精度。

(二) DNS 向量久期免疫技术

免疫是消极债券组合管理的一个重要策略。通过构建免疫组合能使整个资产负债组合的价值不随利率变动而变动。传统的久期/凸度免疫技术被证明仅能提供一部分的套期保值功能,特别是当期限结构非平行移动时往往就会失效。

DNS 模型可以用向量形式表示债券的久期,用来构建免疫组合。Diebold *et al.* (2006) 认为 DNS 模型能为美国债券提供相对更好的套期保值效果。中国债券市场上,朱世武等(2004)曾采用了主成分法对上交所的部分债券进行套期保值,他们认为两个主成分因子保值效果不敌久期凸度法,三个主成分因子保值效果好于两个主成分因子,但没有说明三个主成分因子是否改进了传统久期凸度法。

我们将 DNS 向量久期应用于中国国债被动管理,说明该技术对于中国债券管理也具有应用潜力。以下先给出 DNS 向量久期的定义。附息票债券的价格 $P(t, T) = \sum_{i=1}^M \frac{c_i}{(1 + y_i^{(\tau_i)})^{\tau_i}}$, 对两边取微分,同时对(2)式两边也取微分,代入整理得:

$$-dP(t, T)/P(t, T) = D_1 dL_t + D_2 dS_t + D_3 dC_t. \quad (17)$$

(D_1, D_2, D_3) 就合称为一个“向量久期”,其中:

$$D_1 = \sum_{i=1}^M \frac{\omega_i \tau_i}{1 + y_i^{(\tau_i)}};$$

$$D_2 = \sum_{i=1}^M \frac{\omega_i \tau_i [1 - \exp(-\lambda \tau_i)]}{\lambda \tau_i (1 + y_i^{(\tau_i)})};$$

$$D_3 = \sum_{i=1}^M \frac{\omega_i \tau_i}{(1 + y_i^{(\tau_i)})} \left[\frac{1 - \exp(-\lambda \tau_i)}{\lambda \tau_i} - \exp(-\lambda \tau_i) \right];$$

$\omega_i = \frac{c_i / (1 + y_i^{(\tau_i)})^{\tau_i}}{P(t, T)}$ 为第 i 次现金流现值在现价中的比重。

D_1 近似等同于麦考利久期的修正久期,为各现金流期限的加权平均值,仅考虑水平因素 L_t 变动。因此麦考利久期免疫只考虑了期限结构的水平位移,没有考虑斜率和曲率因素的变动。

考察向量久期三因素与期限、到期收益率、票面利率的关系,发现 DNS 向量久期中 D_1, D_2, D_3 均随到期期限 τ 增加而增加;随票面利率增加而减少;随到期收益率增加而减少; D_2, D_3 在期限到达 7 年之前,以较快速度上升,而在 7 年之后就表现得比较平缓。能够匹配中期债券的斜率和曲率变化。

与麦考利久期相似,债券组合的向量久期等于组合中每个债券向量久

期的加权平均，权重为每个债券在组合中的市值比重，称为“组合久期法则”。

我们为中国银行间市场上某只债券或某债券组合保值。为避免中国市场上单个债券的某些异常价格可能致使结论不够稳健，我们构建一个债券组合，作为保值对象，称为“A组合”。为了结论可比性，期间A组合将一直持有，中间不进行调整，因此也相当于一只具有复杂现金流结构的债券。

另外选用其他债券构建一个套期保值组合，称为“B组合”，B组合的债券品种不发生变化，但投资比例会根据对A组合的保值需要进行动态调整。假如A组合价值变动和B组合价值变动一致，则A和B就可以构成一个免疫组合。

我们用传统“久期凸性”免疫方法作为对比。该方法利用债券价格对于利率敏感性的前二阶导数，即：

$$dP(t, T)/P(t, T) = -D^* dy_t + C^*(dy_t)^2/2 + O((dy_t)^2), \quad (18)$$

其中 D^* 为修正久期， C^* 为债券凸度。我们构建另一个对A套期保值的“C组合”，使久期和凸性相互匹配，同样持有期间债券品种不变，但允许调整比例。

假设国债组合中允许卖空¹²，即B或C组合中某只债券投资比例可以为负。

我们选择2006年1月—2009年2月银行间国债市场上常见的八只债券，这些债券流动性较高、期限结构分布均匀，具有典型的市场代表性。¹³债券剩余期限在2006年年初约在3.2—7.2年，2009年2月时仅剩余0.2—4.2年。我们用其中四只债券构成目标投资组合A，另外四只构成可调整的保值组合B和C。以下为各组合中所包含的债券的代码（按剩余期限由长至短排）：

(1) A组合：020015；030007；030011；050005。

(2) B组合：040003；030001；040004；030002。

(3) C组合可在B组合中任意选三只，例如：040003；030001；030002。

投资者建立A组合，四只债券各持一只并持有不变，债券市值比例会随市价变化。通过组合久期法则计算得出 t 时刻A组合的向量久期为 $D^A(t) = [D_1^A(t), D_2^A(t), D_3^A(t)]$ ；B中的四只债券的向量久期分别为 $D^{B1}(t), D^{B2}(t), D^{B3}(t), D^{B4}(t)$ ，投资市值比例分别为 $\omega_i (i=1, 2, 3, 4)$ ， ω_i 如果为负表示卖空此债券。B组合与A组合的向量久期完全匹配，则要满足

¹² 尽管中国债券市场不允许卖空，但2004年后推出买断式债券回购交易，逆回购方拥有回购债券的处置权利，因此可以看成是引入了一种债券卖空机制。

¹³ 实证时满足检验条件的总共只有不到15只债券。我们选取最具代表性的8只作为代表，但也同时检验了其他的债券组合。本文只给出8只代表性债券的组合效果。

$$\sum_{i=1}^4 \omega_i D^{B_i}(t) = D^A(t), \quad (19)$$

$$\text{s. t.} \quad \sum_{i=1}^4 \omega_i = 1. \quad (20)$$

求解可得 t 时刻 B 组合的债券投资比例。 $t+1$ 时刻, 随着 A 组合向量久期的变动, B 组合动态调整重新匹配。

同样我们也用 C 组合对 A 组合保值, 由于只要久期和凸度两项匹配, 因此, 仅需要三只债券就可解两个组合的比例。选用一个较长期限、一个中间期限和一个较短期限债券。或者也可以选用其他哑铃型组合。

我们把 A 组合和 B 组合每隔一期调整前的组合价值变动比例之差称为跟踪误差:

$$\Delta e_{\text{DNS}}(t) = \frac{\Delta PV_A(t)}{PV_A} - \frac{\Delta PV_B(t)}{PV_B}. \quad (21)$$

如果能完全免疫匹配, 则跟踪误差应该较小或者为零。

债券价格采用月末收盘价。假设每月动态调整一次 B 和 C。理论上调整频率越高, 保值效果越好, 但现实中调整还可能涉及交易成本。比较 A 组合、B 组合和 C 组合的价值变动比例 $\Delta PV(t)/PV$, 以及跟踪误差, 如图 4 所示。

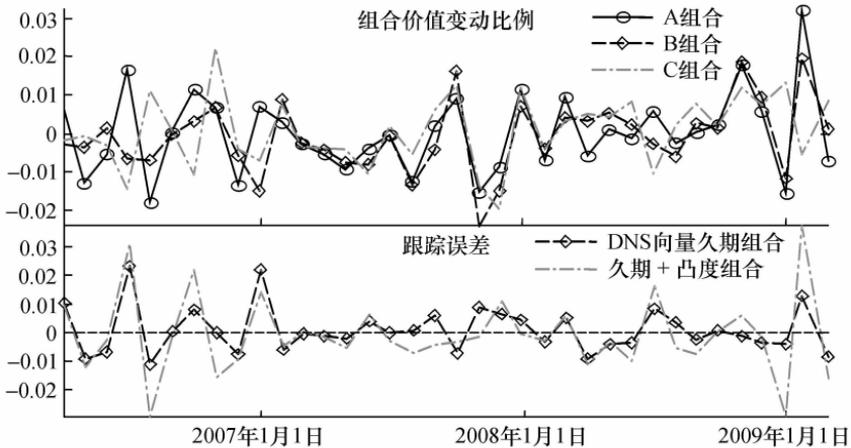


图4 向量久期和“久期+凸度”动态套期保值效果

注: 上半部分为三个组合的价值变动比例, A 组合为保值对象, B 组合为 DNS 向量久期保值组合; C 组合为久期凸度的组合; 下半部分为 DNS 向量久期组合和久期凸度组合的跟踪误差。

图 4 中, A 组合和 B 组合的价值变动比例基本一致, 相关度更高, 特别是在 2007 年之后走势吻合; DNS 向量久期和久期凸性的跟踪误差在 2007—2008 年间相近, 但在两端部分时间内, 期限结构的斜率或曲率发生较大变化

时，DNS 向量久期的表现要比后者更好。总体看来，DNS 向量久期的套期保值效果要优于久期凸性方法。对比朱世武等（2004）的主成分因子保值，DNS 向量久期的结果相对积极。

注意到上文尽管只给出了市场典型的债券保值效果，但动态套期保值期间共持续 38 个月，因此所得结论不偶然。另外我们也分别对三个组合中的债券种类作过一些调整，结论基本相似。

可见，传统麦卡利久期只考虑单因子，适用于期限结构发生整体水平移动，因此仅对水平风险提供套期保值；凸度考虑了二阶导数变动的风险；而 DNS 向量久期通过三因子同时匹配，可以对冲水平风险、斜率风险、曲率风险。

五、结 论

中国学术界和工业界需要用动态期限结构模型来研究和分析国债投资组合策略，本文引入一种高效节俭的动态 Nelson-Siegel 模型，采用了期限结构的水平、斜率和曲率作为状态变量；样本内拟合度高，适用于中期国债；用于利率预测，年度预测力比其他时间序列动态模型更优，显著地提高了对国债收益率预测的精度；通过 DNS 向量久期匹配，构建资产负债免疫组合，其套期保值的效果相比于久期凸度法更优，改进了传统免疫方法。动态 Nelson-Siegel 模型在中国国债市场的实证应用取得积极的结果，它在债券定价、利率预测、套期保值上的都卓有成效，对于中国债券积极和消极管理策略具有实际利用价值。

当然，DNS 模型作为 Nelson-Siegel 静态模型的动态扩展，也具有一定的局限性，至少有：（1）DNS 模型不能产生利率期限结构的多峰形态，灵活性有所不足，因此如果今后中国利率期限结构常表现出多峰，就可能需要采用其他更具灵活性的模型；（2）DNS 模型的预测误差虽然比传统模型有所改进，但仍不容忽视。此外，样本内和样本外的拟合误差均存在一定序列相关，这可能与系统性因素、流动性因素等其他因素有关；（3）DNS 模型最初的建立不是基于均衡经济基础，而只是一种统计模型扩展。后来研究者证明它可以推广成均衡模型的一种特例，因此还有待进一步对加入无套利条件的 DNS 模型进行实证研究。

除本文涉及外，该模型也可以应用于宏观经济下的利率期限结构研究，甚至还可能用于信用债券的期限结构，这些都可能是下一步继续研究的对象。

参考文献

- [1] Bliss, R., "Testing Term Structure Estimation Methods", *Advances in Futures and Options Research*, 1997, 9, 97—231.
- [2] Campbell, J., and R. Shiller, "Yield Spreads and Interest Rate Movements: A Bird's Eye View", *Review of Economic Studies*, 1991, 57(3), 495—514.
- [3] Chen, Louis O. Scott, "Maximum Likelihood Estimation of a Multi-Factor Equilibrium Model of the Term Structure of Interest Rates", *Journal of Fixed Income*, 1993, 3, 14—31.
- [4] Christensen, J., F. Diebold, and G. Rudebusch, "An Arbitrage-Free Generalized Nelson-Siegel Term Structure Model", *Econometrics Journal*, 2009, 12(3), C33—C64.
- [5] Christensen, J., F. Diebold, and G. Rudebusch, "The Affine Arbitrage-Free Class of Nelson-Siegel Term Structure Models", NBER Working Paper No. 13611, 2007.
- [6] Cox, J., J. Ingersoll, and S. Ross, "A Theory of the Term Structure of Interest Rates", *Econometrica*, 1985, 53(2), 385—407.
- [7] Dai, Q., and K. Singleton, "Specification Analysis of Affine Term Structure Models", *Journal of Finance*, 2000, 55(5), 1943—1978.
- [8] Diebold, F., and C. Li, "Forecasting the Term Structure of Government Bond Yields", *Journal of Econometrics*, 2006, 130(2), 337—364.
- [9] Diebold, F., G. Rudebusch, and S. Aruoba, "The Macroeconomy and the Yield Curve: A Dynamic Latent Factor Approach", *Journal of Econometrics*, 2006, 131(1—2), 309—338.
- [10] Diebold, F., L. Ji, and C. Li, "A Three-Factor Yield Curve Model: Non-Affine Structure, Systematic Risk Sources, and Generalized Duration," in Klein, L. (ed.), *Long-Run Growth and Short-Run Stabilization: Essays in Memory of Albert Ando*. Cheltenham, U. K.; Edward Elgar, 2006, 240—274.
- [11] Diebold, F., M. Piazzesi, and G. Rudebusch, "Modeling Bond Yields in Finance and Macroeconomics", *American Economic Review*, 2005, 95(2), 415—420.
- [12] Duffie, D., and R. Kan, "A Yield-Factor Model of Interest Rates", *Mathematical Finance*, 1996, 6(4), 379—406.
- [13] Duffee, G., "Term Premia and Interest Rate Forecasts in Affine Models", *Journal of Finance*, 2002, 57(1), 405—443.
- [14] Fama, E., and R. Bliss, "The Information in Long-Maturity Forward Rates", *American Economic Review*, 1987, 77(4), 680—692.
- [15] 范龙振, "短期利率模型在上交所债券市场上的实证分析", 《管理科学学报》, 2007年第4期, 第80—89页。
- [16] 范龙振、张国庆, "仿射模型、广义仿射模型与上交所利率期限结构", 《管理工程学报》, 2005年第3期, 第97—101页。
- [17] 范龙振、施婷, "上海证券交易所回购利率期限结构的风险溢酬", 《系统工程理论方法应用》, 2006年第4期, 第359—363页。
- [18] Filipovic, D., "A Note on the Nelson-Siegel Family", *Mathematical Finance*, 1999, 9(4), 349—359.
- [19] Friedman, M., "Time Perspective in Demand for Money", Unpublished Paper, University of Chicago, 1977.

- [20] Granger, C., and P. Newbold, *Forecasting Economic Time Series*. Orlando, Florida: Academic Press, 1977.
- [21] Hamilton, J., *Time Series Analysis*. Princeton, NJ: Princeton University Press, 1994.
- [22] Heath, D., R. Jarrow, and A. Morton, "Bond Pricing and the Term Structure of Interest Rates: A New Methodology for Contingent Claims Valuation", *Econometrica*, 1992, 60(1), 77—105.
- [23] Hull, J., and A. White, "Pricing Interest-Rate-Derivative Securities", *Review of Financial Studies*, 1990, 3(4), 573—592.
- [24] 洪永森、林海, "中国市场利率动态研究——基于短期国债回购利率的实证分析", 《经济学(季刊)》, 2006年第5卷第2期, 第511—532页。
- [25] Kim, D., and A. Orphanides, "Term Structure Estimation with Survey Data on Interest Rate Forecasts", Finance and Economics Discussion Series, No. 48, Board of Governors of the Federal Reserve System, 2005.
- [26] Litterman, R., and J. Scheinkman, "Common Factors Affecting Bond Returns", *Journal of Fixed Income*, 1991, 1, 54—61.
- [27] Nelson, C., and A. Siegel, "Parsimonious Modeling of Yield Curve", *Journal of Business*, 1987, 60(4), 473—489.
- [28] Svensson, L., "Estimating and Interpreting Forward Interest Rates: Sweden 1992—1994", NBER Working Paper, No. 4871, 1994.
- [29] 宋福铁、陈浪南, "卡尔曼滤波法模拟和预测沪市国债期限结构", 《管理科学》, 2006年第12期。
- [30] Vasicek, O., "An Equilibrium Characterization of the Term Structure", *Journal of Financial Economics*, 1977, 5(2), 177—188.
- [31] 余文龙、王安兴, "货币市场利率的跳跃行为及影响因素实证分析", 《南方经济》, 2009年11期, 第22—35页。
- [32] 周子康、王宁、杨衡, "中国国债利率期限结构模型研究与实证分析", 《金融研究》, 2008年第3期, 第131—150页。
- [33] 朱世武、陈健恒, "交易所国债利率期限结构实证研究", 《金融研究》, 2003年第10期, 第63—73页。
- [34] 朱世武、李豫、董乐, "交易所债券组合动态套期保值策略研究", 《金融研究》, 2004年第9期, 第65—76页。

An Analysis of Treasury Bond Management Strategies Based on the Dynamic Nelson-Siegel Approach

WENLONG YU

(Shanghai University of Finance and Economics,
State University of New York at Albany)

ANXING WANG

(Shanghai University of Finance and Economics)

Abstract We apply the dynamic Nelson-Siegel model to study the Chinese treasury bond

markets in three contents: Pricing, forecasting and hedging. We find that the Nelson-Siegel model delivers good in-sample fit for the yield curve and outperforms various competing models including no-arbitrage equilibrium in terms of interest rate forecasting. Bond management based on the duration vector immunization technique performs better than the traditional duration convexity.

JEL Classification E43, E47, G12